Ficha II: Sistemas con parámetros

Exercise 1 *Discutir los siguientes sistemas de ecuaciones lineales, según los valores de a, aplicando el Teorema de Rouche-Frobenius. En los casos en que sean compatibles, obtener sus soluciones aplicando la Regla de Cramer*

$$\text{a)}\begin{cases} ax+y+z=1 \\ x+ay+z=a \\ x+y+az=a^2 \end{cases} \quad \text{b)}\begin{cases} x+ay-z=-2 \\ (a+1)x+y+z=a+2 \\ 5x-y-z=-2 \end{cases} \quad \text{c)}\begin{cases} 3x+y+2z=1-a \\ (1+a)x+2y+z=a \\ ax-y+z=1-a \end{cases}$$

$$\text{d)}\begin{cases} 5x-11y+9z=a \\ x-3y+5z=2 \\ 2x-4y+2z=1 \end{cases}, \quad \text{e)}\begin{cases} x+y+az=1 \\ x+ay+z=1 \\ ax+y+z=1 \end{cases} \quad \text{f)},\begin{cases} 3x+y+2z=3 \\ 2x+2y+z=1 \\ ax+3y+3z=a-1 \end{cases}$$

Exercise 2 *¿Para qué valores de m el sistema* $\begin{cases} mx-y+z=2x \\ x+2my-mz=y \\ x+my-z=0 \end{cases}$ *tiene solución no nula?*

Exercise 3 *Hallar para qué valores de m el sistema* $\begin{cases} x+y+(m-2)z=1 \\ mx+3y+mz=2 \end{cases}$ *es compatible*

Exercise 4 *Demostrar que el sistema* $\begin{cases} x-y+2z=2 \\ 2x+y+3z=2 \\ 5x+y+az=6 \end{cases}$ *, tiene solución única si* $a \neq 8$ *. Hallar todas las soluciones cuando a)* $a=6$*, b)* $a=7$

Exercise 5 *Dado el sistema* $\begin{cases} a_{1,1}x_1+a_{1,2}x_2+a_{1,3}x_3+a_{1,4}x_4=b_1 \\ a_{2,1}x_1+a_{2,2}x_2+a_{2,3}x_3+a_{2,4}x_4=b_2 \\ a_{3,1}x_1+a_{3,2}x_2+a_{3,3}x_3+a_{3,4}x_4=b_3 \end{cases}$ *tal que* $\begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \end{vmatrix} \neq 0$ *¿Cuál es la condición necesaria y suficiente para que sea incompatible este sistema?*

Exercise 6 *Dado el sistema* $\begin{cases} a_{1,1}x_1+a_{1,2}x_2+a_{1,3}x_3=b_1 \\ a_{2,1}x_1+a_{2,2}x_2+a_{2,3}x_3=b_2 \\ a_{3,1}x_1+a_{3,2}x_2+a_{3,3}x_3=b_3 \\ a_{4,1}x_1+a_{4,2}x_2+a_{4,3}x_3=b_4 \end{cases}$ *donde* $\begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \end{vmatrix} \neq 0$ *¿Cuándo el sistema anterior puede ser incompatible?*

Exercise 7 *Dado el sistema* $\begin{cases} a_{1,1}x_1+a_{1,2}x_2+a_{1,3}x_3=0 \\ a_{2,1}x_1+a_{2,2}x_2+a_{2,3}x_3=0 \\ a_{3,1}x_1+a_{3,2}x_2+a_{3,3}x_3=0 \\ a_{4,1}x_1+a_{4,2}x_2+a_{4,3}x_3=0 \end{cases}$ *del cual sabemos que* $\begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \end{vmatrix} \neq 0$ *¿Cuándo el sistema anterior admitirá soluciones distintas de la trivial?*

Exercise 8 *Dado el sistema* $\left\{\begin{array}{c} a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 + a_{1,3}x_3 + a_{1,4}x_4 = 0 \\ a_{2,1}x_1 + a_{2,2}x_2 + a_{2,3}x_3 + a_{2,4}x_4 = 0 \\ a_{3,1}x_1 + a_{3,2}x_2 + a_{3,3}x_3 + a_{3,4}x_4 = 0 \end{array}\right.$ *tal que* $\left|\begin{array}{ccc} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} \end{array}\right| \neq 0$ *¿Este sistema admite sólo la solución trivial?. Razona tu respuesta aplicando el teorema de Rouche-Frobenius*

Exercise 9 *Dado el sistema* $\left\{\begin{array}{c} a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 = b_1 \\ a_{2,1}x_1 + a_{2,2}x_2 = b_2 \end{array}\right.$ *Aplicando el Teorema de Rouche-Frobenius explica todas las posibilidades que se pueden presentar (utiliza para ello determinantes)*

Exercise 10 *Dado el sistema* $\left\{\begin{array}{c} a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 = 0 \\ a_{2,1}x_1 + a_{2,2}x_2 = 0 \end{array}\right.$ *Enuncia una condición necesaria y suficiente para que el sistema admita soluciones distintas de la trivial (utiliza determinantes)*

Exercise 11 *¿Para qué valores de* k *el sistema* $\left\{\begin{array}{c} (k+3)x + y + 2z = k \\ kx + (k-1)y + z = 2k \\ 3(k+1)x + ky + (k+3)z = 5 \end{array}\right.$, *tiene solución ?. En los casos en que sea compatible, determina sus soluciones*